**ӘОЖ 519.662**

# ЛОГАРИФМДІК ФУНКЦИЯЛАРҒА БАЙЛАНЫСТЫ ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ПАРАМЕТРЛЕРІ БАР ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ АЛГОРИТМІ

**Беркінқызы Ақторғын, Ербол Амандосов, Думан Иманғалиев, Сайдолқызы Жұмагүл, Кенжегулов Бекет**

Х. Досмұхамедов атындағы Атырау унверситетті, Атырау, berkinkyzyaktorgyn5gmail.com

**А. Беркінқызы, Е. Амандосов, Д. Иманғалиев-** «7М01503- Математика. Білім беру үрдісін басқару» мамандығының магистранты

**Ж. Сайдолқызы-** магистр, аға оқытушы

**Б. Кенжегулов-** техника ғылымдардың докторы, профессор

Орта мектеп бағдарламасында, қорытынды аттестаттауға дайындалғанда, жоғары оқу орындарында (ЖОО) көптеген мамандықтардың жоғарғы математика пәнінде, сонымен қатар педагог білімін бағалауға (ПББ) арналған тесттілеуде логарифмдік функциялар тақырыбы кездеседі. Логарифмдік функкцияларға қатысты теңдеулерді және параметрлері бар есептерді шешу үшін оқушылар логарифмнің қасиеттерімен бірге анықталу облысын анықтай білуі керек. Осы тақырыпқа берілген есептерді шешу барысында білім алушылар көптеген қиындықтар мен түсінбеушілікке кездеседі. Бұл жағдайда мұғалім оқу материалын меңгерудің деңгейін төмендетпей, оқушыларға логарифмдік функцияға қатысты анықталу облысы, кестелік формулалар, қасиеттері мен ережелерін тереңдетіп түсіндіргені дұрыс. Тақырыпты толық меңгеру үшін қолданыстағы әдістерді оңтайландыру, оқушылардың білім деңгейіне байланысты сәйкес есептерді құрастыру және оларды шешудің жақсы әдістерін зерттеуге мұғалім үлкен көңіл бөлгені абзал. Сондықтан логарифмдік функцияларға байланысты теңдеулер және параметрлері бар есептерді шешу алгоритміне байланысты есептерді шешу мақаланың негізі мақсаты. Оқу процесінде логарифмдік есептерді шешуде шешімнің жалпы логикасын терең түсініп,  сәйкес әдістер мен формулаларды оңтайлы пайдалану керек. Осыған байланысты логарифмдік функцияларға байланысты есептерді шешудің тұтас алгоритмдерін әзірлеу, сондай-ақ оларды білім беру процесіне тиімді енгізудің әдістемелік тәсілдерін негіздеу мақаланың негізгі міндеті[1].

Логарифмдік функцияларға байланысты теңдеулерге берілген есептерге тоқталайық.

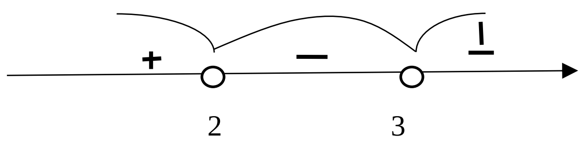
Есеп 1. Теңдеудің анықталу облысын анықтап, шешімдердің (түбірлердің) қосындысын табу керек:

$$\log_2\left(x^2-5x+6\right)=3$$

*Шешуі:*

Анықталу облысы:

$$x^2-5x+6>0$$
$$\left(x-3\right)\left(x-2\right)>0$$




$$\left(-\infty;2\right)\cup\left(3;+\infty\right)$$

$$\log_2\left(x^2-5x+6\right)=3$$

Түбірлерін табу үшін өрнекті анықтама бойынша түрлендіреміз:

$$x^2 - 5x + 6 = 2^3$$

$$x^2 - 5x + 6 = 8$$

$$x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 25 + 8 = 33$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{5 + \sqrt{33}}{2} + \frac{5 - \sqrt{33}}{2} = 5$$

Жауабы: Анықталу облысы: $(-\infty;2) \cup (3;+\infty)$, түбірлердің қосындысы $x_1 + x_2 = 5$

Есеп 2 [2]. Теңдеуді шешіңіз:

$$\log_{5x-2} 2 + 2 \cdot \log_{5x-2} x = \log_{5x-2}(x+1)$$

*Шешуі:*

Анықталу облысы:

$$\begin{cases} 5x - 2 > 0 \\ 5x - 2 \neq 1 \\ x > 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0{,}4 \\ x \neq 0{,}6 \\ x > 0 \\ x > -1 \end{cases}$$

Нәтижесінде жүйеден $(0{,}4;0{,}6) \cup (0{,}6;+\infty)$ мәні шығады.Теңдеуді шешу үшін негіздері бірдей логарифмдік өрнектерге көбейту, бөлу қасиеттерін қолданамыз.

$$\log_{5x-2} 2 + \log_{5x-2} x^2 - \log_{5x-2}(x+1) = 0$$

$$\log_{5x-2} \frac{2x^2}{x+1} = 0$$

демек, $\log_a 1 = 0$ қасиетті бойынша өрнекті келесідей түрлендіреміз

$$\frac{2x^2}{x+1} = 1$$

$$x + 1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 + 8 = 9$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4}$$

$$x_1 = 1, x_2 = -0{,}5$$

Жауабы: $x=1$

Есеп 3 [3]. Теңдеулер жүйесін шешіңіз:

$$\begin{cases}\log_2 x+\log_4 y=4\\ \log_4 x+\log_2 y=5\end{cases}$$

*Шешуі:*

Анықталу облысы:

$$\begin{cases}x>0\\ y>0\end{cases}$$

Логарифмдік функцияның қасиеттерін пайдаланып теңдеулер жүйесін кеесідей түрлендіреміз:

$$\begin{cases}\log_2 x\sqrt{y}=4\\ \log_2\sqrt{x}y=5\end{cases}$$

$$\begin{cases}x\sqrt{y}=16\\ \sqrt{x}y=32\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=\dfrac{16}{\sqrt{y}}\\ \sqrt{\dfrac{16}{\sqrt{y}}}y=32\end{cases}$$

Екінші теңдеуді жеке алып түрлендіреміз:

$$\sqrt{\frac{16}{\sqrt{y}}}y=32$$

$$4y^{\frac{3}{4}}=32$$

$$y^{\frac{3}{4}}=8$$

$$y=2^{3\cdot\frac{4}{3}}$$

$$y=16$$

$$x=\frac{16}{\sqrt{16}}=4$$

Жауабы: $(4;16)$

Есеп 4 [3]. $\log_6 15=a$, $\log_{12}18=b$ деп алып, $\log_{25}24$ -ті табу керек.

*Шешуі;*

Алдымен есеп шартындағы функцияны параметрлермен өрнектеп аламыз.

$$\log_6 15 = \frac{\log_5 15}{\log_5 6} = \frac{\log_5 5 + \log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1 + \log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = a$$

$$\frac{1 + \log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = a$$

$$\log_5 3 = \frac{a \log_5 2 - 1}{1 - a}$$

$$\log_{12} 18 = \frac{\log_5 2 + \log_5 9}{\log_5 4 + \log_5 3} = \frac{\log_5 2 + 2\log_5 3}{2\log_5 2 + \log_5 3} = b$$

$$\frac{\log_5 2 + 2\log_5 3}{2\log_5 2 + \log_5 3} = b$$

$$\log_5 3 \cdot (2 - b) = \log_5 2 \cdot (2b - 1)$$

$$\frac{a \log_5 2 - 1}{1 - a} \cdot (2 - b) = \log_5 2 \cdot (2b - 1)$$

$$\log_5 2 = \frac{2 - b}{a + ab + 1 - 2b}$$

$$\log_5 3 = \frac{a \cdot \dfrac{2 - b}{a + ab + 1 - 2b} - 1}{1 - a} = \frac{(1 - a)(2b - 1)}{(a + ab + 1 - 2b)(1 - a)} = \frac{2b - 1}{a + ab + 1 - 2b}$$

Алынған өрнектерді қажетті функцияны түрлендіруге қолданамыз:

$$\log_{25} 24 = \frac{1}{2}\log_5 8 \cdot 3 = \frac{1}{2}(3\log_5 2 + \log_5 3) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(3 \cdot \frac{2 - b}{a + ab + 1 - 2b} + \frac{2b - 1}{a + ab + 1 - 2b}\right) = \frac{5 - b}{2(a + ab + 1 - 2b)}$$

Жауабы: $\log_{25} 24 = \dfrac{5 - b}{2(a + ab + 1 - 2b)}$

Есеп 5 [3]. $\log_{100} 3 = m$ және $\log_{100} 2 = n$ деп алып, $\log_5 6$ -ны табу керек.

*Шешуі:*

Алдымен есеп шартындағы функцияны параметрлермен өрнектеп аламыз

$$\log_{100} 2 = \frac{1}{2} \cdot \log_{10} 3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_5 2}{\log_5 10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_5 2}{1 + \log_5 2} = n$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\log_5 2}{1 + \log_5 2} = n$$

$$\log_5 2 = \frac{2n}{1 - 2n}$$

$$\log_{100} 3 = \frac{1}{2}\log_{10} 3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_5 3}{\log_5 10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_5 3}{1 + \log_5 2} = m$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\log_5 3}{1+\log_5 2}=m$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\log_5 3}{1+\dfrac{2n}{1-2n}}=m$$

$$\log_5 3=\frac{2m}{1-2n}$$

Алынған өрнектерді қажетті функцияны түрлендіруге қолданамыз:

$$\log_5 6=\log_5 2+\log_5 3=\frac{2n}{1-2n}+\frac{2m}{1-2n}=\frac{2n-2m}{1-2n}$$

Жауабы: $\log_5 6=\dfrac{2n-2m}{1-2n}$

Есеп 6 [3]. Егер $\log_a 27=b$ болса, $\log_{\sqrt{3}}\sqrt[6]{a}$ неге тең?

*Шешуі:*

Алдымен есеп шартындағы функцияны параметрлермен өрнектеп аламыз:

$$\log_a 27=3\log_a 3=b$$

$$\log_a 3=\frac{b}{3}$$

Алынған өрнектерді қажетті функцияны түрлендіруге қолданамыз:

$$\log_{\sqrt{3}}\sqrt[6]{a}=\frac{1}{3}\log_3 a=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\log_a 3}=\frac{1}{3\cdot\dfrac{b}{3}}=b$$

Жауабы: $\log_{\sqrt{3}}\sqrt[6]{a}=b$

**Қорытынды.** «Логарифмдік функцияларға байланысты теңдеулер және параметрлері бар есептерді шешу алгоритмі» тақырыбында жазылған мақаланың негізгі түйіні - орта мектеп курсындағы логарифмдік функцияларға байланысты әр түрлі есептерді шығарып, білім алушыларға есеп шығару әдістері мен функцияның қасиеттерін қолдану тиімділігін көрсету. Мектептегі оқу бағдарламасында кездесетін логарифмдік функциялардың негізгі қасиеттері мен формулаларына талдау жасалып, оқушыларға есеп шығару барысында кездесетін қиындықтарды игеру жолдары айқындалды. Жұмыста логарифмдік теңдеулер мен параметрлері бар есептерді шешудің әр түрлі әдіс-тәсілдері ұсынылды Логарифмдік теңдеулер мен параметрлері бар есептерді шешудің әдістерін зерттеу барсында қазіргі заманауи логикалық – дидактикалық талдауларға назар аудару арқылы оқушылардың есеп шығаруға деген қызығушылығын оятады деп сенеміз

**Әдебиеттер тізімі:**


1. Кенжегулов Б.З. Сайдолқызы Ж. Аманғалиева Р.Қ, Якупова А.Б «Тригонометриялық функциялар, теңдеулер, теңсіздіктер және олардың қолданылуы»: Оқу құралы. – Атырау:

Х. Досмұхамедов атындағы Атырау униыверситеті;2024 - 258 б.

2. Әбілқасымова А.Е., Корчевский В.Е., Жұмағұлова З.Ә. Алгебра және анализ бастамалары: жалпы білім беретін м жаратылыстану- математика бағытындағы 11-сыныбына арналған оқулық. – Алматы: Мектеп, 2019- 185-193б

3. Шыныбеков Ә.Н., Шыныбеков Д.Ә., Жұмабаев Р.Н., Алгебра және анализ бастамалары: жалпы білім беретін м жаратылыстану- математика бағытындағы 11-сыныбына арналған оқулық 2-бөлім. – Алматы: Атамұра, 2020- 14-62б