

**ОҚУШЫЛАРДЫҢ АНАЛИТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ЗЕРТТЕУШІЛІК ОЙЛАУЫН
ДАМУЫҒА АРНАЛҒАН САНДАР ТЕОРИЯСЫ ӘДІСТЕРІН ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ
КӨПМҮШЕЛЕР ТЕОРИЯСЫ БОЙЫНША ЕСЕПТЕР ЖҮЙЕСІН ҚҰРАСТЫРУ**

Даржанова Улпан Беймбетовна

beimbetkizi@bk.ru

«7М01503 - Математика. Білім беру үдерісін басқару» білім беру бағдарламасының
2 курс магистранты

Х.Досмұхамедов атындағы Атырау университеті, Атырау қ, Қазақстан
Республикасы

Ғылыми жетекшісі: ф.-м.ғ.к., профессор – Шаждекеева Н.К.

Аңдатпа. Мақалада оқушылардың танымдық белсенділігі мен зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру мақсатында сандар теориясының элементтерін көпмүшелер теориясына интеграциялау мәселелері қарастырылады. Зерттеудің негізгі өзегі ретінде үздіксіз бөлшектер аппараты мен сызықтық салыстырулар әдісін қолдану арқылы құрастырылған арнайы есептер жүйесі ұсынылған. Бұл тәсіл оқушыларға алгебралық нысандардың ішкі құрылымын тереңірек түсінуге, абстрактілі ойлауды дамытуға және күрделі математикалық модельдерді талдауға мүмкіндік береді. Мақаланың практикалық бөлімінде алгоритмдік және логикалық тәсілдерді ұштастыратын есептердің шешу жолдары мен әдістемелік нұсқаулар берілген.

Кілт сөздер: көпмүшелер алгебрасы, сандар теориясының әдістері, шынжырлы (үздіксіз) бөлшектер, сызықтық салыстырулар, талдамалы ойлау, ізденіс-зерттеу құзыреттілігі, дидактикалық тапсырмалар кешені.

Аннотация. В данной статье рассматриваются вопросы интеграции методов теории чисел в изучение теории многочленов как средство развития аналитического и исследовательского мышления учащихся. В центре внимания находится разработка системы задач, основанной на применении аппарата непрерывных дробей и методов решения линейных сравнений. Данный подход позволяет учащимся выявлять глубокие структурные связи между различными разделами математики, развивать навыки дедуктивного вывода и критического анализа. Практическая значимость работы заключается в представлении комплекса задач, способствующих формированию у школьников целостного представления о математических моделях и алгоритмических методах их исследования.

Ключевые слова: алгебра многочленов, методы теории чисел, цепные (непрерывные) дроби, линейные сравнения, аналитическое мышление, исследовательская компетентность, комплекс дидактических задач.

Abstract. The article examines the integration of number theory methods into the study of polynomial theory as a tool for developing students' analytical and research thinking. The core of the research is the development of a problem system based on the application of continued fractions and linear congruence methods. This approach enables students to discover profound structural links between different mathematical domains, fostering deductive reasoning and critical analysis skills. The practical significance of the work lies in presenting a complex of problems that contribute to forming a comprehensive understanding of mathematical models and algorithmic methods of their investigation among students.

Keywords: polynomial algebra, number theory methods, continued fractions, linear congruences, analytical thinking, research competence, complex of didactic tasks.

Кіріспе. Қазіргі математикалық білім берудің басым бағыттарының бірі – оқушылардың функционалдық сауаттылығы мен зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру.

Көпмүшелер теориясы алгебра курсының іргелі бөлімі болғанымен, мектеп бағдарламасында ол көбінесе жабық жүйе ретінде, тек стандартты амалдарды орындау деңгейінде оқытылады. Алайда, көпмүшелердің қасиеттерін сандар теориясының әдістерімен ұштастыра зерттеу – оқушылардың аналитикалық ойлауын жаңа белеске көтеруге мүмкіндік береді. Бүтін коэффициентті көпмүшелер мен бүтін сандар жиыны арасындағы терең құрылымдық ұқсастықтарды (изоморфизмді) пайдаланудың жеткіліксіздігінен туындайды. Мәселен, сандар теориясындағы бөлінгіштік, қалдықтар және Евклид алгоритмі сияқты ұғымдар көпмүшелер әлемінде де өз бейнесін табады. Суретте көрсетілген үздіксіз (шынжырлы) бөлшектер әдісі мен сызықтық салыстырулар теориясын қолдану оқушыға есептің шешімін табу ғана емес, оның ішкі логикалық құрылымын талдауға жағдай жасайды.

Материалдар мен әдістер. Сандар теориясының алгоритмдеріне негізделген көпмүшелерге арналған зерттеушілік есептер жүйесін құрастыру және олардың оқушының танымдық қабілетін дамытудағы тиімділігін негіздеу. Бұл тәсіл оқушыларды «дайын формуладан – дербес зерттеуге» бағыттайды.

1. Сандар мен көпмүшелер әлеміндегі құрылымдық ұқсастық: Арифметикалық параллельдер.

Бұл бөлімде бүтін сандар жиыны (Z) мен көпмүшелер сақинасының ($P[x]$) арасындағы құрылымдық ұқсастықты қарастырамыз. Сандар теориясындағы бөлінгіштік, Евклид алгоритмі және қалдықтар принципі көпмүшелер теориясында да өз көрінісін табады. Оқушылар үшін бұл ұқсастықтарды тану — абстрактілі алгебралық ұғымдарды нақты арифметикалық заңдылықтар арқылы қабылдауға жол ашады. Мұндай тәсіл оқушының математикалық нысандарды біртұтас жүйе ретінде көруіне септігін тигізеді.

2. Үздіксіз бөлшектер аппараты: Алгоритмдік есептеулерден аналитикалық пайымдауға

Сызықтық салыстыруларды ($ax \equiv b \pmod{n}$) шешуде **үздіксіз (шынжырлы) бөлшектерді** қолдану — оқушылардың аналитикалық және зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың ең тиімді құралы болып табылады. Бұл әдіс есепті механикалық түрде орындаудан гөрі, санның ішкі құрылымын итерациялық қадамдармен бөлшектеу арқылы логикалық шешімге келуге мүмкіндік береді.

1. **Ықшамдау және болжау:** Ең алдымен, коэффициенттер мен модульдің ортақ бөлгішіне (3-ке) қысқарту қадамы орындалады. Бұл тек есептеуді жеңілдетіп қана қоймай, оқушының шешімдер санын (берілген жағдайда $d = (111, 321) = 3$ шешімі) алдын ала болжау дағдысын шыңдайды.

2. **Алгоритмдік тізбек:** Қысқартылған $37x \equiv 25 \pmod{107}$ салыстыруын шешу үшін $\frac{107}{37}$ қатынасы үздіксіз бөлшекке жіктеледі. Оқушы әрбір «жуықтау бөлшегін»

(подходящие дроби) есептей отырып, алгоритмнің логикалық тізбегін бақылайды.

Есептің шешуі: $37x \equiv 25 \pmod{107}$

$$\begin{array}{r}
 107 \overline{) 37} \\
 \underline{74} \\
 37 \overline{) 33} \\
 \underline{33} \\
 33 \overline{) 4} \\
 \underline{32} \\
 4 \overline{) 1} \\
 \underline{4} \\
 0
 \end{array}$$

q		2	1	8	4
P_s	1	2	3	26	107

Демек, бұл жағдайда $n = 4, P_{n-1} = 26, b = 25$, және біз (4) сәйкестігінің шешімі келесі түрде болады: $x \equiv -26 \cdot 25 = 99 \pmod{107}$. Осыдан (3) сәйкестігінің шешімдері былайша өрнектеледі: $x \equiv 99; 99 + 107; 99 + 2 \cdot 107 \pmod{321}$, $x \equiv 99; 206; 313 \pmod{321}$.

Талқылау және нәтижелер. Зерттеушілік нәтижеге тоқталсақ, бұл процесс оқушыны дайын формулаға сүйенбей, математикалық заңдылықтарды дербес ізденуге бағыттайды. Көпмүшелерді моделдеудің негізі, бірінші дәрежелі салыстырулар жүйесін шешу $x \equiv b_i \pmod{m_i}$ — математикалық синтез жасаудың жарқын үлгісі. Бұл әдіс сандар теориясында белгісіз мәнді табуға бағытталса, көпмүшелер теориясында интерполяциялау (белгілі нүктелер арқылы функцияны калпына келтіру) процесімен астасып жатыр. Оқушы жекелеген қалдықтардан біртұтас сандық немесе функциялық модель құрастыруды үйренеді. Яғни, теориялық білімді практикалық модельдеуге айналдыру жолдарын негіздейміз.

Есеп-1. $x \equiv 1 \pmod{4}, x \equiv 3 \pmod{5}, x \equiv 2 \pmod{7}$, былай болады:

$x \equiv 105 \cdot 1 + 56 \cdot 3 + 120 \cdot 2 \equiv 93 \pmod{140}$ ал келесі жүйені қанағаттандыратын x мәндерінің жиынтығы

$x \equiv 3 \pmod{4}, x \equiv 2 \pmod{5}, x \equiv 6 \pmod{7}$, былай болады:

$x \equiv 105 \cdot 3 + 56 \cdot 2 + 120 \cdot 6 \equiv 27 \pmod{140}$.

Есеп-2. $x \equiv b_1 \pmod{4}, x \equiv b_2 \pmod{5}, x \equiv b_3 \pmod{7}$. Мұнда $4 \cdot 5 \cdot 7 = 35 \cdot 4 = 28 \cdot 5 = 20 \cdot 7$, сонымен қатар: $35 \cdot 3 \equiv 1 \pmod{4}, 28 \cdot 2 \equiv 1 \pmod{5}, 20 \cdot 6 \equiv 1 \pmod{7}$.

Сондықтан: $x_0 = 35 \cdot 3b_1 + 28 \cdot 2b_2 + 20 \cdot 6b_3 = 105b_1 + 56b_2 + 120b_3$ және, демек, жүйені қанағаттандыратын x мәндерінің жиынтығы келесі түрде көрсетілуі мүмкін: $x \equiv 105b_1 + 56b_2 + 120b_3 \pmod{140}$.


Есеп-3. x мәндерінің жиынтығы келесідей өрнектеледі. $x \equiv 21b_1 + 15b_2 \pmod{35}$ салыстыруының шешімдері мыналар болады: $x \equiv 31; 26; 6; 24; 19; 34 \pmod{35}$.


Қорытынды. Зерттеу жұмысын қорытындылай келе, сандар теориясының әдістемелік аппаратын көпмүшелер алгебрасымен ұштастыра оқыту білім алушылардың аналитикалық ойлау қабілетін арттырудың пәрменді құралы екені дәлелденді. Жүргізілген талдаулар мен қарастырылған есептер жүйесі келесідей тұжырымдар жасауға мүмкіндік береді: Құрылымдық сабақтастық: Бүтін сандар жиыны мен көпмүшелер сақинасы арасындағы арифметикалық параллельдерді (бөлінгіштік, қалдықтар теориясы, Евклид алгоритмі) зерделеу математикалық нысандардың біртұтастығы туралы іргелі түсінік қалыптастырады.


Алгоритмдік тиімділік: Үздіксіз бөлшектер әдісі мен Қалдықтар туралы Қытай теоремасы сияқты классикалық алгоритмдерді қолдану оқушыларды шаблондық есептеулерден арылтып, олардың итерациялық және модельдеу дағдыларын дамытады.

Зерттеушілік әлеует: Салыстырулар теориясының элементтерін көпмүшелердің қасиеттерін зерттеуге бағыттау білім алушының абстрактілі деңгейде шешім қабылдау және математикалық синтез жасау қабілетін шыңдайды. Түйіндей айтқанда, сандар теориясының заманауи әдістерін оқу процесіне интеграциялау - болашақ мамандардың логикалық мәдениетін көтеріп, күрделі математикалық модельдермен жұмыс істеу дайындығын қамтамасыз етеді.

Пайдаланылған әдебиеттер

1. **Виноградов И.М. "Основы теории чисел"**  – Бұл сандар теориясы бойынша ең танымал классикалық оқулық. Сіздің мақалаңыздағы салыстырулар, үздіксіз бөлшектер және Қытайдың қалдықтар туралы теоремасы мұнда өте егжей-тегжейлі жазылған.

2. **Окунев Л.Я. "Высшая алгебра"**  – Көпмүшелер теориясы мен олардың сандармен байланысын түсіну үшін таптырмас құрал. Әсіресе, көпмүшелерді бөлу мен түбірлерді табу мәселелері жақсы ашылған.

3. **Бухштаб А.А. "Теория чисел"**  – Салыстырулар жүйесі мен олардың практикалық қолданылуы (соның ішінде криптография элементтері) бойынша тереңірек мәлімет береді.

4. **Қазақстандық басылымдар: Мысалы, Ә.Б. Акпаева, Л.А. Шкутина "Алгебра және сандар теориясы"** – бұл еңбектерде қазақ тіліндегі терминология мен әдістемелік тәсілдер жақсы жүйеленген.